

۱. یک سکه ۴ بار پرتاب می‌شود. آمدن شیر را با حرف ش و آمدن خط را با حرف خ نشان می‌دهیم. به عنوان مثال ش‌خ‌ش‌ش به معنای آن است که سکه به ترتیب شیر، خط، شیر، شیر آمده است.

(الف) کلیه اعضای نمونه این آزمایش تصادفی را بنویسید.

(ب) نتایج پیشامدهای زیر را بنویسید. همچنین احتمال هر پیشامد را حساب کنید. فرض کنید که احتمال شیر و خط برابر است (سکه سالم است).

- پیشامد A: تعداد دفعاتی که سکه شیر آمده صفر مرتبه است.
- پیشامد B: تعداد دفعاتی که سکه شیر آمده یک بار است.
- پیشامد C: دو بار اول شیر آمده است.
- پیشامد D: تعداد دفعاتی که سکه شیر آمده از یک بیشتر است.

(ج) به سوالات زیر با «بله» و «خیر» پاسخ دهید:

- آیا پیشامدهای A و B ناسازگارند؟
- آیا پیشامدهای C و B ناسازگارند؟
- آیا پیشامدهای C و D ناسازگارند؟

(د) احتمال $P(A \cup D)$ را حساب کنید.

(ه) احتمال $P(C \cup D)$ را حساب کنید.

۲. فضای نمونهی $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ و پیشامدهای X : اعداد زوج، Y : اعداد بزرگتر یا برابر با 6 و $Z = \{2, 4\}$ داده شده‌اند.

می‌دانیم که $P(0) = P(2) = P(4) = P(6) = P(8)$ و $P(1) = P(3) = P(5) = P(7)$. به علاوه می‌دانیم که احتمال اعداد فرد دو برابر احتمال اعداد زوج است.

(الف) دیاگرام ون فضای نمونه S را رسم کنید و پیشامدهای X ، Y و Z را در آن نشان دهید.

(ب) اعضای پیشامدهای زیر را مشخص کنید و احتمال هر پیشامد را حساب کنید.

- $Z \cup Y$
- $X \cup Y$
- $X^c \cap Z$
- $(X \cap Z)'$
- $(X \cup Y) \cap Z$
- $(X \cap Z) \cup Y$

۳. فرض کنید در یک اداره با ۵۰۰ کارمند، ۲۱۰ کارمند مجرد، ۲۵۸ کارمند دارای گواهینامه، ۲۱۶ کارمند دارای اضافه وزن، ۱۲۲ کارمند مجرد و دارای گواهینامه، ۸۳ کارمند دارای اضافه وزن و دارای گواهینامه، ۹۷ کارمند مجرد و دارای اضافه وزن و ۵۲ کارمند مجرد، دارای گواهینامه و دارای اضافه وزن هستند. اگر یک کارمند به طور تصادفی از این اداره انتخاب شود، احتمال آن را حساب کنید که این کارمند

(الف) مجرد است اما گواهینامه ندارد

(ب) اضافه وزن و گواهینامه دارد ولی مجرد نیست

(ج) نه مجرد است و نه اضافه وزن دارد

۴. فرض کنید S فضای نمونه کلیه خانه‌های دارای کدپستی ۸۴۱۰۶ باشد. پیشامدهای زیر را در نظر بگیرید:

• A : خانه‌های ساخته شده بعد از سال ۱۳۷۰

• B : خانه‌های دارای دو جای پارک

• C : خانه‌های دو طبقه

این احتمالات داده شده‌اند:

$$P(A) = 0.1, P(B) = 0.6, P(C) = 0.6, P(A \cap C) = 0, P(A \cap B) = 0.1, P(B \cap C) = 0.4$$

(الف) احتمال $P(A \cap B \cap C)$ چیست؟

(ب) احتمال $P(A \cup B \cup C)$ چقدر است؟

(ج) با استفاده از اصول احتمال و اطلاعات داده شده، نشان دهید که نمی‌توان خانه‌ای یافت که بعد از سال ۱۳۷۰ ساخته شده باشد که دو جای پارک نداشته باشد.

راهنمایی: این پیشامد را به صورت اشتراک دو پیشامد دیگر یا مکمل‌های آنها بنویسید.

۵. فرض کنید که S فضای نمونه تمامی ماشین‌های تولید شده در شرکت X باشد. پیشامدهای زیر را تعریف می‌کنیم:

• A : سیاه رنگ بودن ماشین، B : نقره‌ای رنگ بودن ماشین، C : دنده اتوماتیک بودن، D : دنده معمولی

احتمالات زیر را هم می‌دانیم:

$$P(A) = 0.65, P(B) = 0.25, P(C) = 0.7, P(B \cap C) = 0.09$$

واضح است که پیشامدهای A و B ناسازگارند. همچنین پیشامدهای C و D ناسازگارند. به علاوه می‌دانیم که پیشامدهای C و D فضای نمونه را افراز می‌کنند.

(الف) دیاگرام ونی شامل همه پیشامدها رسم کنید.

(ب) تا (ه): احتمالات روبرو را حساب کنید: $P(A \cup B), P((A \cup B)^c), P(B \cap D), P(D)$